

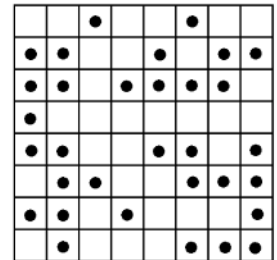
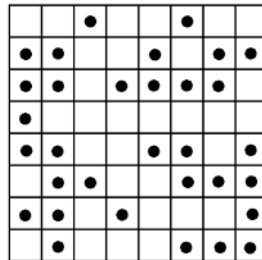
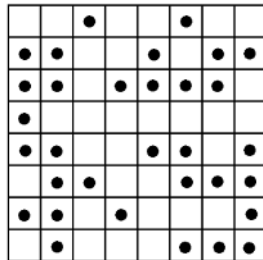
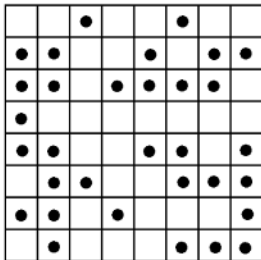
Вступительная олимпиада 2022

Письменная часть. 6 класс

1. В чем заключается метод решения “от противного”?
- 2.a. Выпишите 10 делителей числа 183645822209124.
- 2.b. Вычеркните из этого числа 9 цифр, чтобы оно делилось на 5 и было максимальным.
3. Что является решением для задач вида “инвариант”? Как строится решение подобных задач?
4. Что такое цикл? Чем цикл отличается от простого цикла? Что такое планарный граф? Сколько ребер в дереве? Что такое двудольный граф?
5. Количество сочетаний - количество способов выбрать k элементов из n без повторений и учета порядка. Объясните, что значат условия в этом предложении.
Что такое размещения с повторениями? Напишите формулу размещения с повторениями и объясните, почему она такая.

Решите задачи:

1. У крестьянина были коза, корова, кобыла, а еще стог сена и сын. Сын подсчитал, что этого сена хватит, чтобы кормить козу и кобылу 1 месяц, или козу и корову $\frac{3}{4}$ месяца, или же корову и кобылу $\frac{1}{4}$ месяца. Отец сказал, что сын плохо учится в школе. Объясните, почему он был вправе так сказать.
2. Разбейте заданную таблицу на четырехклеточные уголки в виде буквы «Г» так, чтобы в каждом уголке было ровно два кружка.



Найдите ошибку в решении:

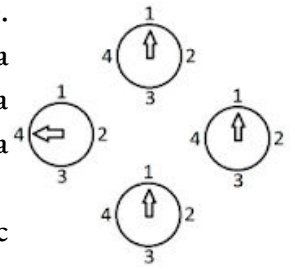
1. На доске написаны натуральные числа от 1 до 27. Двое игроков по очереди вычёркивают по одному числу, пока не останется два числа. Если их сумма кратна 5, то выигрывает первый игрок, иначе – второй. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?

Ответ: второй. Посмотрим на остатки данных чисел при делении на 5. Есть по 5 чисел с остатками 0, 3 и 4 и по 6 чисел с остатками 1 и 2. Если вычеркнуть все числа с остатками 3 и 4 и все, кроме одного, числа с остатками 0 (назовём их плохими), то сумма двух последних оставшихся не будет делиться на 5. Заметим, что первый игрок вычёркивает 13 чисел, а второй – 12. Даже вычеркнув все числа с остатком 1 и 2, первый игрок вычеркнет только 12 чисел. Значит, он «поможет» второму вычеркнуть хотя бы одно плохое число. Кроме того, если он поможет второму всего один раз, то вычеркнет все числа с остатками 1 и 2, а какую-то их этих групп (скажем, с остатком 2) вычеркнет не последним ходом. Тогда второй может не вычёркивать последнее число с остатком $5-2=3$, и ему как раз хватит ходов, чтобы вычеркнуть всё остальное из намеченного.

Вступительная олимпиада 2022

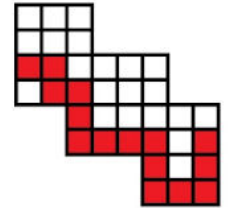
Устная олимпиада. 6 класс

1. По кругу установлены четыре тумблера на четыре положения (см. рисунок). Три из них установлены в положение “1”, а четвертый — в положение “4”. За один ход можно повернуть либо по часовой стрелке на одно деление два соседних тумблера, либо против часовой стрелки на одно деление два противоположных. Можно ли установить все тумблеры в положение “3”?



2. Каких чисел среди первых 100000 натуральных больше: с суммой цифр 19 или с суммой цифр 26?

3. Разрежьте фигуру (см. рисунок) на шесть фигур одинаковой формы и одинаковой площади так, чтобы каждая содержала разное число закрашенных клеток.



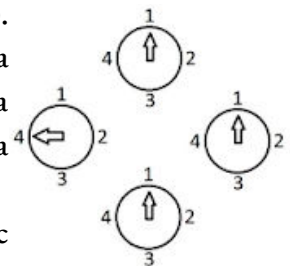
4. Имеется полоска из 100 клеток. На ней стоит 50 фишек: по одной на второй, четвертой, ..., сотой слева клетках. За один ход Петя выбирает 2 фишки и сдвигает обе эти фишки на одну клетку влево (но только если никакие две фишки при этом не попадут в одну клетку). Какое наибольшее количество ходов может сделать Петя?

5. В однокруговом футбольном турнире приняли участие 7 команд. За каждый выигрыш команда получает 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. По итогам турнира команды “Альфа” и “Бета”, занявшие первые два места, набрали по k очков. Причем оказалось, что нет такой команды, которая бы проиграла и “Альфе”, и “Бете”. Какое наибольшее значение может принимать k ?

Вступительная олимпиада 2022

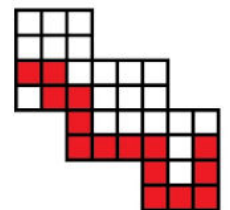
Устная олимпиада. 6 класс

1. По кругу установлены четыре тумблера на четыре положения (см. рисунок). Три из них установлены в положение “1”, а четвертый — в положение “4”. За один ход можно повернуть либо по часовой стрелке на одно деление два соседних тумблера, либо против часовой стрелки на одно деление два противоположных. Можно ли установить все тумблеры в положение “3”?



2. Каких чисел среди первых 100000 натуральных больше: с суммой цифр 19 или с суммой цифр 26?

3. Разрежьте фигуру (см. рисунок) на шесть фигур одинаковой формы и одинаковой площади так, чтобы каждая содержала разное число закрашенных клеток.



4. Имеется полоска из 100 клеток. На ней стоит 50 фишек: по одной на второй, четвертой, ..., сотой слева клетках. За один ход Петя выбирает 2 фишки и сдвигает обе эти фишки на одну клетку влево (но только если никакие две фишки при этом не попадут в одну клетку). Какое наибольшее количество ходов может сделать Петя?

5. В однокруговом футбольном турнире приняли участие 7 команд. За каждый выигрыш команда получает 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. По итогам турнира команды “Альфа” и “Бета”, занявшие первые два места, набрали по k очков. Причем оказалось, что нет такой команды, которая бы проиграла и “Альфе”, и “Бете”. Какое наибольшее значение может принимать k ?