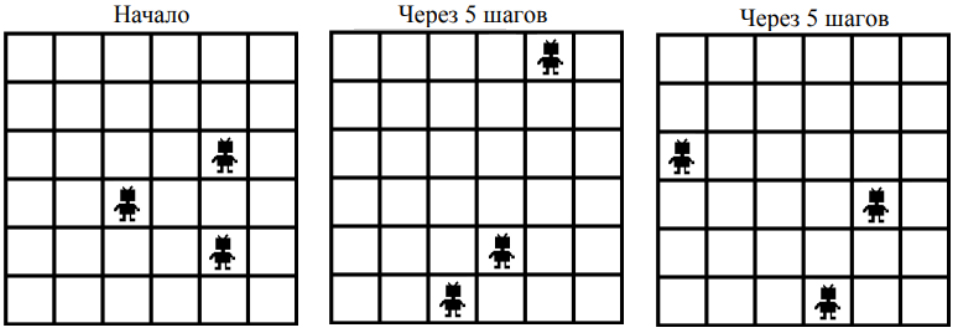
Вступительная олимпиада 2022
Письменная часть. 5 класс

1. Что является решением для задач вида “инвариант”? Как строится решение подобных задач?
2. Назовите признаки делимости на 3, 4, 25. Докажите один на свой выбор.
3. В чем заключается метод решения “от противного”?
4. Что такое изоморфные графы? Что такое дерево? Чем отличается простой цикл от цикла? Что такое двудольный граф? Критерий двудольности.
5. Количество сочетаний - количество способов выбрать k элементов из n без повторений и учета порядка. Объясните, что значат условия в этом предложении. Напишите формулу количества сочетаний и объясните, почему она такая.
6. Что такое выигрышная стратегия в задаче-игре? Что значит “решить задачу-игру”?

Решите задачи:

1. Делится ли число $11 \cdot 21 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 51 \cdot ... \cdot 91 - 1$ на 10? Почему?
2. Если сложить уменьшаемое, вычитаемое и разность, то получится 120. Найдите уменьшаемое, вычитаемое и разность, если разность меньше уменьшаемого в 12 раз.
3. По замкнутому маршруту, расположенному в сетке и проходящему через все клетки, по часовой стрелке непрерывно двигаются 3 робота. На картинках показано их расположение через 5 шагов (за 1 шаг робот перемещается на одну клетку). Восстановите маршрут.

Начало Через 5 шагов Через 5 шагов



Найдите ошибку в решении.

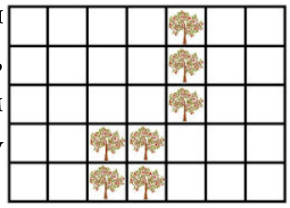
1. Сумма трёх натуральных чисел равна 520. На какое наибольшее число нулей может оканчиваться их произведение?

Ответ: на 5 нулей. **Решение:** $400 + 100 + 20 = 520, 400 \cdot 100 \cdot 20 = 800000.$

Оценка. Посмотрим, сколько пятёрок может быть в разложении произведения на простые множители. Все слагаемые не могут делиться на 25, так как сумма на 25 не делится. Если два слагаемых делятся на 25, то третье даст в разложении не более чем одну пятерку, поэтому всего в разложении будет не больше пяти пятерок. Значит, и нулей не более пяти.

Вступительная олимпиада 2022

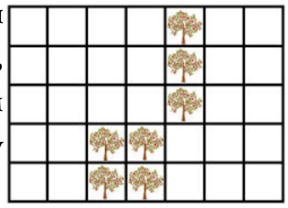
Устная часть. 5 класс



1. У царя есть сад, в котором растут вишневые деревья (см. рисунок). Однажды царь решил разделить свой сад между сыновьями (которых больше одного) так, чтобы каждому сыну достался участок одинаковой площади и с одинаковым числом вишневых деревьев. Разделите сад по границам клеток между сыновьями так, чтобы всем достались участки разной формы.
2. Семь команд сыграли футбольный турнир, каждая сыграла с каждой, За победу дают 3 очка, за ничью - 1 очко, за проигрыш - 0 очков. Команды расположились в турнире, набрав 14, 13, 9, 8, 7, 4, 3 очков. Сколько сыграно ничьих?
3. Шесть математиков пошли на рыбалку. Вместе они наловили 100 рыб, причём все поймали разное количество. После рыбалки они заметили, что любой из них мог бы раздать всех своих рыб другим рыбакам так, чтобы у остальных пятерых стало поровну рыб. Докажите, что один рыбак может уйти домой со своим уловом и при этом снова каждый оставшийся сможет раздать всех своих рыб другим рыбакам так, чтобы у них получилось поровну.
4. Учитель вызвал по очереди Петю, Колю, Васю, Борю и Мишу задал им по одному примеру из таблицы умножения. При этом у каждого последующего получился результат в полтора раза больший, чем у предыдущего. Какие числа перемножал Боря?
5. В таблице 6×6 натуральные числа расставлены так, что если посчитать все суммы по строкам, то получится 6 последовательных натуральных чисел. Могло ли получиться так, что все суммы чисел по столбцам равны?

Вступительная олимпиада 2022

Устная часть. 5 класс



1. У царя есть сад, в котором растут вишневые деревья (см. рисунок). Однажды царь решил разделить свой сад между сыновьями (которых больше одного) так, чтобы каждому сыну достался участок одинаковой площади и с одинаковым числом вишневых деревьев. Разделите сад по границам клеток между сыновьями так, чтобы всем достались участки разной формы.
2. Семь команд сыграли футбольный турнир, каждая сыграла с каждой, За победу дают 3 очка, за ничью - 1 очко, за проигрыш - 0 очков. Команды расположились в турнире, набрав 14, 13, 9, 8, 7, 4, 3 очков. Сколько сыграно ничьих?
3. Шесть математиков пошли на рыбалку. Вместе они наловили 100 рыб, причём все поймали разное количество. После рыбалки они заметили, что любой из них мог бы раздать всех своих рыб другим рыбакам так, чтобы у остальных пятерых стало поровну рыб. Докажите, что один рыбак может уйти домой со своим уловом и при этом снова каждый оставшийся сможет раздать всех своих рыб другим рыбакам так, чтобы у них получилось поровну.
4. Учитель вызвал по очереди Петю, Колю, Васю, Борю и Мишу задал им по одному примеру из таблицы умножения. При этом у каждого последующего получился результат в полтора раза больший, чем у предыдущего. Какие числа перемножал Боря?
5. В таблице 6×6 натуральные числа расставлены так, что если посчитать все суммы по строкам, то получится 6 последовательных натуральных чисел. Могло ли получиться так, что все суммы чисел по столбцам равны?