

Вступительная олимпиада 2021

Письменная часть. 7 класс

1. Что является решением для задач вида “оценка+пример”? Для чего нужна каждая часть?
2. Какие стратегии в играх вы знаете? В чем они заключаются?
3. Что такое путь? Что такое дерево? Количество ребер в дереве (с доказательством).
4. Что такое количество сочетаний? Что такое количество размещений? Что такое сочетания с повторениями?
5. Когда числа сравнимы по модулю? Сформулируйте теорему Эйлера.
6. Какие признаки равенства треугольников вы знаете? А признаки подобия треугольников?
7. Сформулируйте основную теорему арифметики.

Упростите выражение:

1. $7a \cdot (3a + 4b) - 4a \cdot (5b - 3a)$
2. $(4a + 3)^2 - (2a + 1) \cdot (4a - 3)$

Решите уравнения:

1. $\left(\frac{29}{42} - a\right) - \frac{13}{42} = \frac{11}{42}$

2. $52 + \frac{72}{x} = 56$

3.
$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 3(x - y) + 5x = 2(3x - 2) \\ 4x - 2(x + y) = 4 - 3y \end{cases}$$

Решите задачи:

1. Докажите, что из любых семи различных цифр можно составить число, которое делится на 4.
2. Числа a и b таковы, что $ab < 0$, число c - произвольно. Докажите, что $a^2 + b^2 + c^2 > 2(ab + ac + bc)$.

Найдите ошибку в решении:

1. В Зазеркалье имеют хождение монеты достоинством 7, 13 и 25 гиней. Алиса заплатила за пирожок несколько монет и получила на сдачу на две монеты больше. Какова минимально возможная стоимость покупки?

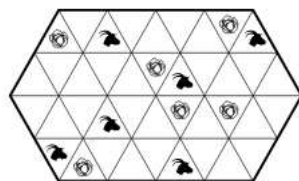
Ответ: 10 гиней. Пример. Алиса отдала две монеты по 25 гиней, а получила на сдачу две монеты по 7 гиней и две монеты по 13 гиней. Оценка. Стоимость покупки сравнима с 4 по модулю 6. Кроме того, стоимость покупки не может быть меньше самой мелкой монеты.

Вступительная олимпиада 2021

Устная часть. 7 класс

1. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 3\angle A$, а $AB = 2 \cdot BC$. Докажите, что $\angle B = 60^\circ$.

2. Фермер огородил снаружи участок земли и разделил его на треугольники со стороной 50 м. В некоторых треугольниках он посадил капусту, а в некоторые пустил пастись коз. Помогите фермеру построить по линиям сетки дополнительные заборы как можно меньшей общей длины, чтобы защитить всю капусту от коз.



3. На Всемирном конгрессе мудрецов звездочёты сидят в ряд напротив алхимиков за большим длинным столом, а во главе стола сидит Самый Почтенный Мудрец. В первый день конгресса оказалось, что напротив каждого алхимика сидит звездочёт с более длинной бородой, чем у него. На второй день алхимики договорились сесть за столом в порядке возрастания длины бороды от конца стола до Самого Почтенного Мудреца. Но и звездочёты договорились между собой сесть в порядке возрастания длиннородости от конца стола до Самого Почтенного Мудреца. Докажите, что и во второй день напротив каждого алхимика будет сидеть звездочёт с более длинной бородой, чем у него.

4. По кругу было записано 8 чисел. Затем между каждыми соседними числами записали их сумму, а старые числа стёрли. Могло ли оказаться так, что теперь по кругу записаны числа 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18?

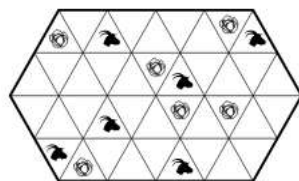
5. В куче 500 морковок. Хрюша и Степашка делают ходы по очереди. При своем ходе каждый может съесть одну морковку или простое число морковок. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?

Вступительная олимпиада 2021

Устная часть. 7 класс

1. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 3\angle A$, а $AB = 2 \cdot BC$. Докажите, что $\angle B = 60^\circ$.

2. Фермер огородил снаружи участок земли и разделил его на треугольники со стороной 50 м. В некоторых треугольниках он посадил капусту, а в некоторые пустил пастись коз. Помогите фермеру построить по линиям сетки дополнительные заборы как можно меньшей общей длины, чтобы защитить всю капусту от коз.



3. На Всемирном конгрессе мудрецов звездочёты сидят в ряд напротив алхимиков за большим длинным столом, а во главе стола сидит Самый Почтенный Мудрец. В первый день конгресса оказалось, что напротив каждого алхимика сидит звездочёт с более длинной бородой, чем у него. На второй день алхимики договорились сесть за столом в порядке возрастания длины бороды от конца стола до Самого Почтенного Мудреца. Но и звездочёты договорились между собой сесть в порядке возрастания длиннородости от конца стола до Самого Почтенного Мудреца. Докажите, что и во второй день напротив каждого алхимика будет сидеть звездочёт с более длинной бородой, чем у него.

4. По кругу было записано 8 чисел. Затем между каждыми соседними числами записали их сумму, а старые числа стёрли. Могло ли оказаться так, что теперь по кругу записаны числа 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18?

5. В куче 500 морковок. Хрюша и Степашка делают ходы по очереди. При своем ходе каждый может съесть одну морковку или простое число морковок. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?