

Вступительная олимпиада 2021

Письменная часть. 5 класс

1. Что является решением для задач вида “оценка+пример”? Для чего нужна каждая часть?
2. Что такое простое число? Что такое составное число? Выпишите все простые числа до 50.
3. Сформулируйте обобщенный принцип Дирихле.
4. Что такое путь? Что такое дерево? Что такое уникальсальный граф? Сколько ребер в дереве? Что такое двудольный граф?
5. Что такое количество сочетаний? Что такое количество размещений? Формула, обозначение, определение. Напишите обоснование формул.
6. Какие стратегии в играх вы знаете? В чем они заключаются?

Решите задачи:

1. Ваня задумал простое трёхзначное число, все цифры которого различны. На какую цифру оно может оканчиваться, если его последняя цифра равна сумме первых двух?
2. Вершины тысячеугольника занумерованы по порядку от 1 до 1000. Сан Саныч отмечает каждую пятнадцатую вершину, начиная с первой (то есть вершины с номерами 1, 16, 31, 46 и т.д.). Так он делает до тех пор, пока не дойдёт до уже отмеченной вершины. Сколько вершин тысячеугольника останутся неотмеченными?
3. Ньют хочет перевезти девять фантастических тварей весом 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10 кг в трех чемоданах, по три твари в каждом. Каждый чемодан должен весить меньше 20 кг. Если вес какой-нибудь твари будет делиться на вес другой твари из того же чемодана, они подерутся. Как Ньюту распределить тварей по чемоданам, чтобы никто не подрался?

Найдите ошибку в решении.

1. Два приятеля пришли на базар. Веселый молодец продавал 20 котов по цене от 12 до 15 рублей и 20 мешков по цене от 30 копеек до 1 рубля. Докажите, что каждый из друзей может купить по коту в мешке так, чтобы они заплатили одинаковую сумму денег.

Решение. Заметим, что наименьшая стоимость кота в мешке – 12 рублей 30 копеек, а наибольшая – 16 рублей. Следовательно, количество вариантов возможных стоимостей кота в мешке не больше количества стоимостей от 1230 копеек до 1600 копеек, т.е. не больше 371. Вместе с тем, количество различных пар вида «кот–мешок» равно $20 \times 20 = 400$. Следовательно, по принципу Дирихле найдутся две пары, имеющие одинаковую стоимость.

Вступительная олимпиада 2021

Устная часть. 5 класс

1. В куче 500 морковок. Хрюша и Степашка делают ходы по очереди. При своем ходе каждый может съесть одну морковку или простое число морковок. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?
2. У электромонтёра был кусок провода длиной 25 м, из которого утром он собирался вырезать необходимые для работы куски в 1 м, 2 м, 3 м, 6 м и 12 м. Но утром обнаружилось, что ночью какой-то хулиган разрезал провод на две части. Сможет ли монтер выполнить намеченные работы?
3. По дороге на новогодний праздник несколько мальчиков помогали Деду Морозу нести подарки. Каждый из мальчиков нёс по три подарка, а остальные 142 подарка Дед Мороз вёз на санях. Все подарки Дед Мороз разделил поровну между всеми этими мальчиками и 14 девочками. Сколько могло быть мальчиков?
4. По кругу было записано 8 чисел. Затем между каждыми соседними числами записали их сумму, а старые числа стёрли. Могло ли оказаться так, что теперь по кругу записаны числа 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18?
5. Сеня не умеет писать некоторые буквы и всегда в них ошибается. В слове ТЕТРАЭДР он сделал бы пять ошибок, в слове ДОДЕКАЭДР – шесть, а в слове ИКОСАЭДР – семь. А сколько ошибок он сделает в слове ОКТАЭДР?

Вступительная олимпиада 2021

Устная часть. 5 класс

1. В куче 500 морковок. Хрюша и Степашка делают ходы по очереди. При своем ходе каждый может съесть одну морковку или простое число морковок. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?
2. У электромонтёра был кусок провода длиной 25 м, из которого утром он собирался вырезать необходимые для работы куски в 1 м, 2 м, 3 м, 6 м и 12 м. Но утром обнаружилось, что ночью какой-то хулиган разрезал провод на две части. Сможет ли монтер выполнить намеченные работы?
3. По дороге на новогодний праздник несколько мальчиков помогали Деду Морозу нести подарки. Каждый из мальчиков нёс по три подарка, а остальные 142 подарка Дед Мороз вёз на санях. Все подарки Дед Мороз разделил поровну между всеми этими мальчиками и 14 девочками. Сколько могло быть мальчиков?
4. По кругу было записано 8 чисел. Затем между каждыми соседними числами записали их сумму, а старые числа стёрли. Могло ли оказаться так, что теперь по кругу записаны числа 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18?
5. Сеня не умеет писать некоторые буквы и всегда в них ошибается. В слове ТЕТРАЭДР он сделал бы пять ошибок, в слове ДОДЕКАЭДР – шесть, а в слове ИКОСАЭДР – семь. А сколько ошибок он сделает в слове ОКТАЭДР?