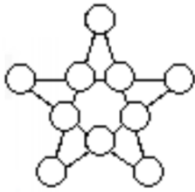


4 класс

1. Можно ли в кружочки на пятиконечной звезде (см. рисунок) расставить 4 единицы, 3 двойки и 3 тройки так, чтобы суммы четырех чисел, стоящих на каждой из пяти прямых, были равны?



2. Имеются чашечные весы без гирь и 4 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из монет фальшивая, причём неизвестно, легче она или тяжелее (настоящие монеты одинакового веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету?
3. Существуют ли два числа, записываемые только цифрами 7 и 9, произведение которых тоже записывается только семёрками и девятками?

5 класс

1. В городе Октопусе построили метро, и в нём 8 станций. При этом из них выходит 4, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 1 линий метро соответственно (одна линия соединяет ровно две станции). Одну линию закрыли на ремонт. Могло ли оказаться, что теперь карта метро состоит из двух одинаковых независимых участков?
2. Чтобы мирно сосуществовать, собаки и кошки в нашем городе давно установили три правила: 1) В одном дворе не может быть больше 6 животных одновременно. 2) Если во дворе есть собака, то в нём не может быть больше трёх кошек. 3) Во дворе, в котором есть кошка, не может быть больше двух собак. В город прибыли 100 новых животных: 49 кошек и 51 собака. Можно ли их поселить в 17 пустых дворах?
3. Существует ли десятизначное число, у которого первая цифра равна числу единиц в записи этого числа, вторая - числу двоек, третья цифра - числу троек, и так далее до десятой цифры, которая равна числу нулей?
4. Дано 2021 число. Сумма любых 5 из них положительна. Докажите, что сумма всех чисел тоже положительна.

6 класс

1. Мартышка, слонёнок, удав и бабушка удава решили измерить свой рост (в попугаях, естественно). Выяснилось, что рост каждого из них равен целому числу попугаев, при этом удав выше, чем вместе взятые мартышка и слонёнок, но ниже, чем вместе мартышка с бабушкой; слонёнок вместе с мартышкой выше бабушки удава, а слонёнок вместе с бабушкой — выше, чем удав вместе с мартышкой. Докажите, что общий рост всех четверых не меньше, чем 27 попугаев.
2. Стозначное число делится как на сумму своих цифр, так и на их произведение. Может ли среди его цифр присутствовать цифра 5?
3. На листке бумаги нарисовали 3 квадрата, размеры всех квадратов различаются. Все вершины этих квадратов отметили. Могло ли оказаться так, что отмечено меньше, чем 9 точек?

4. Племя собралось для выбора вождя. Каждый из аборигенов участвовал в голосовании и имел по несколько голосов. (Голосовать за одного и того же кандидата несколько раз одному и тому же голосующему нельзя, зато можно проголосовать за несколько разных). После голосования для каждого аборигена посчитали суммарное количество голосов за него и за всех тех, кто за него голосовал, побеждал тот, у кого эта сумма оказывалась наибольшей. Могло ли случиться такое, что победил кандидат, за которого проголосовало наименьшее количество избирателей?

7 класс

1. Точки N и M – середины параллельных сторон AD и BC четырехугольника $ABCD$ соответственно. Докажите, что если MA – биссектриса угла BMN , то MD – биссектриса угла CMN .
2. В начале на доске записано число 2019. Каждым ходом число можно уменьшить на любую из его ненулевых цифр (например, из 2019 можно получить: $2019 - 2 = 2017$, $2019 - 1 = 2018$ или $2019 - 9 = 2010$). Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. Кто из них сможет выиграть, как бы ни играл соперник, если побеждает тот, кто после своего хода получит 0?
3. Из чисел от 0 до n выбрали двенадцать и расставили по кругу. Оказалось, что разность любых двух не соседних чисел делится на количество чисел между ними (количество чисел считается в том направлении, в котором их меньше). Найдите наименьшее возможное n .
4. В компании 100 человек, причём каждый из них знаком с 50 членами компании. Известно, что нет троих, попарно знакомых друг с другом (то есть если X знаком с Y , а Y знаком с Z , то Z не знаком с X). Докажите, что не найдется пятерых из них A, B, C, D и E , знакомых по кругу (A с B , B с C , C с D , D с E , E с A).